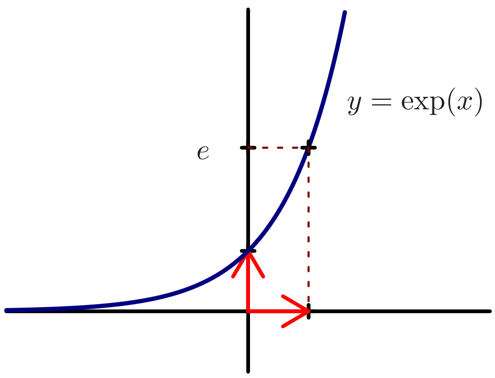
Fonction exponentielle

Définition 1. *On appelle fonction* exponentielle *la fonction* $\exp : x \mapsto \exp(x)$ *définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $exp(x) = y$ *avec* $\ln(y) = x$.



On note $\exp(x) = e^x$.

Propriété 1. *La fonction* $\exp$ *est dérivable et* $\exp'(x) = \exp(x)$, *elle est de plus croisssante et strictement positive.*

Propriété 2. *On a* $\ln(e^x) = x$ *pour tout réel* x *et* $e^{\ln(x)} = x$ *pour tout réel* $x > 0$.

Propriété 3. *La fonction* $\exp$ *vérifie les relations suivantes pour tous nombres réels* x *et* y *et pour tout entier relatif* n *:*

1. $\boxed{e^{x+y} = e^x e^y}$
2. $\boxed{e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}}$
3. $\boxed{e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}}$
4. $\boxed{e^{nx} = (e^x)^n}$

Propriété 4. *Si* u *est une fonction dérivable, alors la fonction* $x \mapsto e^{u(x)}$ *est dérivable et* $(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$.

Définition 2. *Soit* a *un nombre réel strictement positif, on appelle fonction* exponentielle de base a *la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $x \mapsto a^x = e^{x\ln(a)}$.

Propriété 5. *Pour tout nombre réel* a *strictement positif et pour tous réels* x *et* y, *on a :*

1. $\boxed{a^{x+y} = a^x a^y}$
2. $\boxed{a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}}$
3. $\boxed{a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}}$
4. $\boxed{a^{xy} = (a^x)^y}$