

Devoir de Mathématiques n°3

Exercice 1

Écrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$z_1 = 5 + (2i)^3 \quad z_2 = 3 - \frac{5}{i} \quad z_3 = (2 - i)(3i + 1) \quad z_4 = \frac{1}{2 - i} \quad z_5 = \frac{2 - i}{3i + 1}$$

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{x - i}{x - 1} &= 2 \quad (E_1) \\ x^2 - 4x + 13 &= 0 \quad (E_2) \\ \frac{3}{x} + x &= 1 \quad (E_3) \end{aligned}$$

Exercice 3

On pose $\alpha = 2 - i$ et $\beta = 3 + 2i$, calculer $\bar{\alpha} - \bar{\beta}$, $\overline{\alpha + \beta}$, $|\alpha| - |\beta|$, $|\alpha + \beta|$ et $|\alpha^8|$.

Exercice 4

On considère l'équation :

$$(E) : z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = 0$$

- Démontrer que le nombre i est solution de cette équation.
- Déterminer les nombres réels a , b et c tels que, pour tout nombre complexe z , on ait :

$$z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = (z - i)(az^2 + bz + c)$$

- En déduire les solutions de l'équation (E) .

Exercice 5 (Bonus)

Démontrer que dans l'ensemble des nombres complexes, le module du produit est égal au produit des modules.