

Devoir de Mathématiques n°4

Exercice 1 (6 points)

1. Déterminer les limites de la fonction $f(x) = \frac{x - e^{-x}}{e^x}$ en $+\infty$ et $-\infty$.
2. Simplifier l'expression $g(x) = \frac{e^x + 1}{e^{x-1}} - e$.
3. Étudier les variations de la fonction $h(x) = (x + 2)e^x$, montrer qu'elle admet un minimum et exprimer sa valeur en fonction de e .

Exercice 2 (6 points)

1. Déterminer l'écriture algébrique des nombres complexes $a = 3e^{-i\frac{\pi}{2}}$, $b = \frac{-1}{e^{i\pi}}$, $c = 5e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $d = e^{-i\frac{\pi}{2}} - e^{i\frac{2\pi}{3}}$.
2. Déterminer la forme trigonométrique des nombres complexes $m = 3$, $n = -5i$, $p = 1 + i$ et $q = 1 - i\sqrt{3}$.
3. Calculer q^7 et $\frac{i}{p^3}$ sous forme algébrique.

Exercice 3 (8 points)

On considère la fonction $\varphi(x) = 10xe^{-\frac{(x+1)^2}{4}}$.

1. Prouver que la fonction φ est définie sur \mathbb{R} et calculer ses limites en $+\infty$ et $-\infty$.
2. Prouver que la fonction φ est dérivable sur \mathbb{R} et montrer que $\varphi'(x) = (-5x^2 - 5x + 10)e^{-\frac{(x+1)^2}{4}}$.
3. Construire le tableau de variations de la fonction φ .
4. Construire la courbe représentative de la fonction φ dans un repère orthonormal.