

Devoir de Mathématiques

Exercice 1

- 2 points
1. Démontrer la formule d'intégration par parties en utilisant la formule de dérivation d'un produit de deux fonctions dérivables, à dérivées continues sur un intervalle $[a ; b]$.
 2. Soient les deux intégrales définies par

$$I = \int_0^\pi e^x \sin x \, dx \quad \text{et} \quad J = \int_0^\pi e^x \cos x \, dx.$$

- 2 points
1 point
- (a) Démontrer que $I = -J$ et que $I = J + e^\pi + 1$.
 - (b) En déduire les valeurs exactes de I et de J.

Exercice 2

On considère la suite d'intégrales (I_n) définie par :

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} \, dx \quad , \quad n \in \mathbb{N}$$

- 1 point
2 points
2 points
Bonus
1. Calculer I_0 .
 2. Établir par *intégration par parties* une relation entre I_{n+1} et I_n .
 3. En déduire les valeurs exactes de I_1 et I_2 .
 4. Déterminer la limite de la suite (I_n) .