

# Devoir de Mathématiques n°9

## Exercice 1

On lance un dé tétraédrique dont les quatre faces portent les nombres 1, 2, 3 et 4. On lit le nombre sur la face cachée. Pour  $k \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ , on note  $p_k$  la probabilité d'obtenir le nombre  $k$  sur la face cachée. Le dé est déséquilibré de telle sorte que les nombres  $p_1, p_2, p_3$  et  $p_4$  dans cet ordre, forment une progression arithmétique.

1 point

1. Sachant que  $p_4 = 0,4$  démontrer que  $p_1 = 0,1$ ,  $p_2 = 0,2$  et  $p_3 = 0,3$ .

1 point

2. On lance le dé trois fois de suite. On suppose que les lancers sont deux à deux indépendants.

1 point

(a) Quelle est la probabilité d'obtenir dans l'ordre les nombres 1, 2, 4 ?

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombres distincts rangés dans l'ordre croissant ?

1 point

3. On lance 10 fois de suite le dé. On suppose les lancers deux à deux indépendants. On note  $X$  la variable aléatoire qui décompte le nombre de fois où le chiffre 4 est obtenu.

1 point

(a) Pour  $1 \leq i \leq 10$ , exprimer en fonction de  $i$  la probabilité de l'événement  $(X = i)$ .

1 point

(b) Calculer l'espérance mathématique de  $X$ . Interpréter le résultat obtenu.

1 point

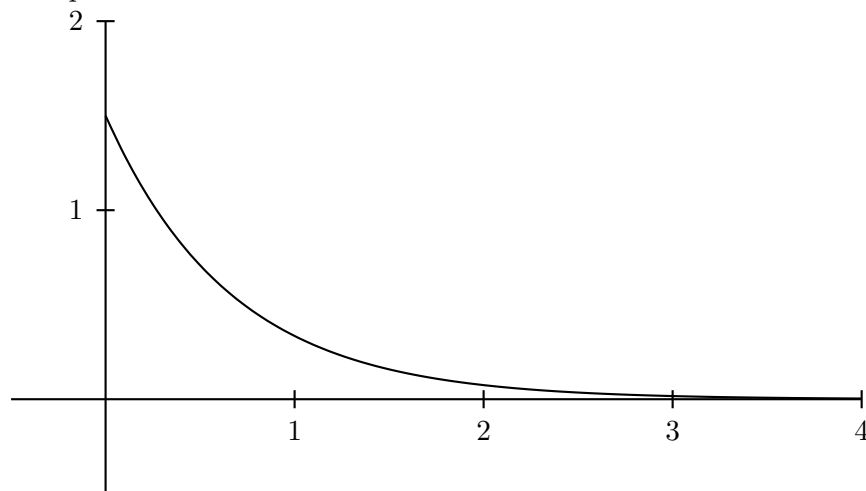
(c) Calculer la probabilité de l'événement  $(X \geq 1)$ . On donnera une valeur arrondie au millième.

## Exercice 2

A- Soit  $X$  une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .

On rappelle que  $P(X \leq a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt$ .

La courbe ci-dessous représente la fonction densité associée.



0,5 point

1. Interpréter sur le graphique la probabilité  $P(X \leq 1)$ .

0,5 point

2. Indiquer sur le graphique où se lit directement le paramètre  $\lambda$ .

B- On pose  $\lambda = 1,5$ .

1 point

1. Calculer  $P(X \leq 1)$ , en donner une valeur exacte puis une valeur approchée à  $10^{-3}$  près par excès.

1 point

2. Calculer  $P(X \geq 2)$ .

1 point

3. Dédurre des calculs précédents l'égalité suivante :  $P(1 \leq X \leq 2) = 0,173$  à  $10^{-3}$  près.

1 point

4. Calculer  $E(X) = \int_0^{+\infty} 1,5te^{-1,5t} dt$ .