

Devoir de Mathématiques n°9

Exercice 1

On lance un dé tétraédrique dont les quatre faces portent les nombres 1, 2, 3 et 4. On lit le nombre sur la face cachée. Pour $k \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$, on note p_k la probabilité d'obtenir le nombre k sur la face cachée. Le dé est déséquilibré de telle sorte que les nombres p_1, p_2, p_3 et p_4 dans cet ordre, forment une progression arithmétique.

1 point

1. Sachant que $p_4 = 0,4$ démontrer que $p_1 = 0,1$, $p_2 = 0,2$ et $p_3 = 0,3$.

1 point

2. On lance le dé trois fois de suite. On suppose que les lancers sont deux à deux indépendants.

1 point

(a) Quelle est la probabilité d'obtenir dans l'ordre les nombres 1, 2, 4 ?

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombres distincts rangés dans l'ordre croissant ?

1 point

3. On lance 10 fois de suite le dé. On suppose les lancers deux à deux indépendants. On note X la variable aléatoire qui décompte le nombre de fois où le chiffre 4 est obtenu.

1 point

(a) Pour $1 \leq i \leq 10$, exprimer en fonction de i la probabilité de l'événement $(X = i)$.

1 point

(b) Calculer l'espérance mathématique de X . Interpréter le résultat obtenu.

1 point

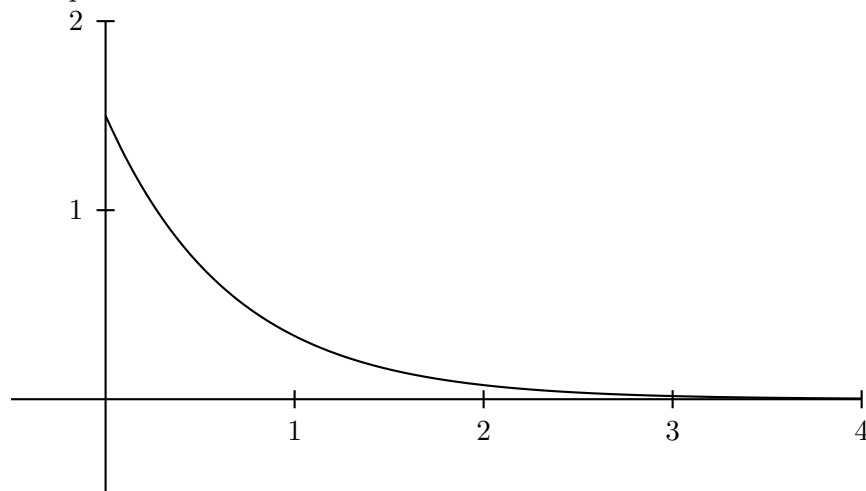
(c) Calculer la probabilité de l'événement $(X \geq 1)$. On donnera une valeur arrondie au millième.

Exercice 2

A- Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle de paramètre λ .

On rappelle que $P(X \leq a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt$.

La courbe ci-dessous représente la fonction densité associée.



0,5 point

1. Interpréter sur le graphique la probabilité $P(X \leq 1)$.

0,5 point

2. Indiquer sur le graphique où se lit directement le paramètre λ .

B- On pose $\lambda = 1,5$.

1 point

1. Calculer $P(X \leq 1)$, en donner une valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} près par excès.

1 point

2. Calculer $P(X \geq 2)$.

1 point

3. Dédurre des calculs précédents l'égalité suivante : $P(1 \leq X \leq 2) = 0,173$ à 10^{-3} près.

1 point

4. Calculer $E(X) = \int_0^{+\infty} 1,5te^{-1,5t} dt$.