Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°01

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

Une urne contient 4 boules blanches et 3 boules noires. On tire successivement deux boules de l'urne.

1. Construire un arbre pondéré décrivant cette expérience aléatoire.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « les deux boules tirées sont de couleurs différentes ».

Exercice 2

Étudier les variations de la fonction $x \mapsto \dfrac{x-1}{x^2+3}$.

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 4 = 0$.
2. Écrire les solutions de l'équation précédente sous forme trigonométrique.

Exercice 4

Calculer le terme u_{2009} d'une suite arithmétique $(u_n)_{n \geqslant 0}$ de premier terme $u_0 = 1$ et de raison 2.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°02

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

L'Espace est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(-1; 1; 2)$ et $B(0; 3; 1)$.

1. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (AB).
2. Étudier l'intersection de la droite (AB) avec le plan $\mathcal{P}$ d'équation : $x + y + z = 0$.

Exercice 2

Écrire sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique le nombre complexe :

$$z = \frac{1 - 2i}{3 - i}$$

Exercice 3

Démontrer par récurrence que $4^n + 2$ est un multiple de 3 pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4

Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^1 (3x + x^2)\mathrm{d}x$.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°03

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

On considère un jeu de 32 cartes (As, 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi dans les quatre couleurs Pique, Coeur, Carreau, Trèfle) . On tire simultanément et au hasard trois cartes de ce jeu.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « les trois cartes tirées sont des Coeurs ».

Exercice 2

On considère la fonction $f : x \mapsto 2x^2 - x + 3$. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1.

Exercice 3

On se place dans le plan complexe et on considère les points A, B et C d'affixes respectives $-2 + 2i$, i et $4 - i$.

1. Faire une figure à main levée.
2. Démontrer que les points A, B et C sont alignés.

Exercice 4

Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^1 x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x$ au moyen d'une intégration par parties.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°04

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct. On considère les points A et I d'affixes respectives $1+3i$ et i. On appelle B l'image du point A par la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Faire une figure à main levée.
2. Calculer l'affixe du point B.

Exercice 2

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2-3x+2}$. Déterminer les intervalles sur lesquels la fonction f est dérivable puis calculer sa dérivée.

Exercice 3

Les suites définies par $u_n = 1 + \dfrac{1}{n+1}$ et $v_n = 1 - \dfrac{1}{n+2}$ sont-elles adjacentes ?

Exercice 4

La durée d'attente X (en minutes) à un guichet suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,04$:

$$P(X \leqslant t) = \int_0^t \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\mathrm{d}x$$

Calculer la probabilité qu'un client attende moins de 5 minutes.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°05

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

L'Espace est muni d'un repère orthonormal. On considère les points $A(0;1;0)$ et $B(1;0;1)$. Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur du segment $[AB]$.

Exercice 2

Déterminer la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ vérifiant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} f'(x) & = & 2f(x)+6 \quad \text{pour tout } x \in \mathbb{R} \\ f(0) & = & 4 \end{array}\right.$$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z + i\,\overline{z} = 1 + 3i$.

Exercice 4

Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x$.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°06

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

Une urne contient dix boules numérotées de 1 à 10. La probabilité de tirer une boule dont le numéro est pair est deux fois plus importante que celle de tirer une boule dont le numéro est impair. On tire une boule de l'urne et on appelle X le numéro de la boule obtenue.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
2. Calculer $E(X)$.

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\ln(1-x) = \ln(x^2-5)$.

Exercice 3

Calculer le module et l'argument du nombre complexe $z = \dfrac{1+i}{\sqrt{3}-i}$.

Exercice 4

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} &= -\dfrac{{u_n}^2}{3} + 2 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ u_0 &= 1 \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que $0 \leqslant u_n \leqslant 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°07

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2i$, $2i+3$ et $2-i$.

1. Faire une figure à main levée.
2. Calculer la longueur BC.
3. Calculer une mesure approchée en radians de l'angle de vecteurs $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

Exercice 2

On considère la fonction $f : x \mapsto \ln(\sqrt{1-x^2})$. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction est dérivable puis calculer sa dérivée.

Exercice 3

Calculer la valeur moyenne de la fonction carré sur l'intervalle $[0;1]$.

Exercice 4

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} & = & u_n + 2n + 1 \\ u_0 & = & 1 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Démontrer par récurrence que $u_n = n^2 + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°08

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

On considère un jeu de 32 cartes (As, 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi dans les quatre couleurs Pique, Coeur, Carreau, Trèfle) . On tire au hasard une carte de ce jeu.

Les événements R : « tirer un Roi » et T : « tirer un Trèfle » sont-ils indépendants ?

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(1+i)z + (1-i)\overline{z} = 0$.

Exercice 3

On considère la suite $u_n = \dfrac{\cos(n)}{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$.

Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n \geqslant 0}$.

Exercice 4

On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 - x + 1$. Déterminer la primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f s'annulant en 1.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°09

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

L'Espace est muni d'un repère orthonormal d'origine O. On considère le point $A(1; -2; 2)$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (OA) avec la sphère de centre O et de rayon 6.

Exercice 2

On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{3x^2 - 4}{x^2 - 1}$.

Déterminer les asymptotes à la courbe représentative de la fonction f.

Exercice 3

Déterminer le premier terme u_0 et la raison d'une suite $(u_n)_{n \geqslant 0}$ géométrique telle que $u_5 = 27$ et $u_8 = -8$.

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 = 12i - 5$.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°10

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct.

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation qui à tout point M d'affixe z du Plan associe le point M' d'affixe $z' = -iz + 3 - i$.

Exercice 2

Démontrer que l'équation $x^3 = 7$ admet une unique solution x_0 dans $\mathbb{R}$ dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-1}.

Exercice 3

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} & = & 2u_n - 1 \\ u_0 & = & 2 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Démontrer par récurrence que $u_n = 2^n + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4

Montrer que la fonction $f : x \mapsto (x^2 + x + 1)\mathrm{e}^{2x}$ admet une primitive F sur $\mathbb{R}$ de la forme $F(x) = (ax^2 + bx + c)\mathrm{e}^{2x}$.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°11

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules noires. On tire successivement deux boules de l'urne.

1. Construire un arbre pondéré décrivant cette expérience aléatoire.
2. Calculer la probabilité d'avoir tiré une boule blanche au premier tirage sachant qu'on a tiré une boule noire au deuxième tirage.

Exercice 2

Exprimer $\ln(432)$ en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(3)$.

Exercice 3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct d'origine O.

Donner l'écriture complexe de l'homothétie de centre $\Omega(1+i)$ qui transforme le point O en $A(-5-5i)$.

Exercice 4

Déterminer une primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)-2}$.

Épreuve orale de contrôle du Baccalauréat général
Série Scientifique - Mathématiques - juillet 2009

Temps de préparation : 20 minutes.

Durée de l'exposé : 20 minutes.

Le candidat traitera deux exercices au choix parmi les quatre proposés.

L'énoncé du sujet sera rendu au terme de l'épreuve.

Sujet n°12

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

On lance deux dés cubiques équilibrés. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme des numéros supérieure ou égale à 10 ?

Exercice 2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct.

Déterminer l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie la relation $z = -\overline{z}$.

Exercice 3

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :

$$\left\{\begin{array}{rcl} u_{n+1} & = & 3 - {u_n}^2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \\ u_0 & = & -1 \end{array}\right.$$

Démontrer par récurrence que u_n ne peut prendre que deux valeurs distinctes pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4

Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos(x)\mathrm{d}x$ au moyen d'une intégration par parties.
