

Devoir de Mathématiques

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5$.

1. Étudier les variations de la fonction f .
2. Déterminer les limites de la fonction f en $+\infty$ et $-\infty$.
3. Démontrer que l'équation $x^3 - 3x^2 = 5$ admet une unique solution α dans \mathbb{R} et que $\alpha \in [3; 4]$.
4. Déterminer un encadrement de α à 10^{-3} près.

Exercice 2

1. On considère la fonction polynôme P définie pour tout x réel par :

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$$

- (a) Étudier les variations de P .
 - (b) Montrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique racine réelle α et qu'elle appartient à l'intervalle $]1, 6; 1, 7[$.
2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $] - 1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 - x}{1 + x^3}$$

- (a) Étudier les variations de la fonction f (on utilisera les résultats de la question précédente.).
- (b) Déterminer les asymptotes à la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction f .
- (c) Écrire une équation de la droite \mathcal{D}_1 tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0. Étudier la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à \mathcal{D}_1 sur l'intervalle $] - 1; 1[$.
- (d) Écrire une équation de la droite \mathcal{D}_2 tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 1. Étudier la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à \mathcal{D}_2 sur l'intervalle $] - 1; +\infty[$.
- (e) Représenter \mathcal{C} , \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 dans un repère orthonormé d'unité 4cm.