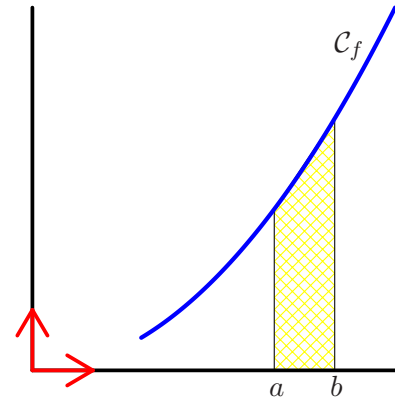


Définition de l'intégrale

Définition. Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a; b]$. Le plan est muni d'un repère orthogonal. L'aire (exprimée en unités d'aire) du domaine délimité par la courbe représentative C_f de la fonction f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est appelée intégrale de la fonction f entre a et b et est notée :

$$\int_a^b f(x)dx$$



Théorème. Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a; b]$ et F une primitive quelconque de f sur $[a; b]$, alors :

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Démontrer et interpréter graphiquement les propriétés suivantes :

Propriété 1. Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle I et trois réels $a \leq b \leq c$ de l'intervalle I , alors :

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$$

Propriété 2. Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a; b]$ et k un réel positif, alors :

$$\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

Propriété 3. Soit f et g deux fonctions continues et positives sur un intervalle $[a; b]$, alors :

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_1^2 x^3 dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t) dt$$

$$\int_3^5 \frac{dx}{x}$$

$$\int_0^2 e^{3x} dx$$

$$\int_1^2 (x^2 + x + 1)^2 dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(t) dt$$

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3(t) dt$$