

Devoir de mathématiques n°8

Exercice 1

L'espace est rapporté à un repère orthonormal.

Le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $x - y + z - 11 = 0$ est tangent à une sphère \mathcal{S} de centre $\Omega(1; -1; 3)$.

1. Déterminer le rayon de la sphère \mathcal{S} .
2. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par Ω et orthogonale au plan \mathcal{P} .
3. En déduire les coordonnées du point d'intersection de la sphère \mathcal{S} et du plan \mathcal{P} .

Exercice 2

L'espace est rapporté à un repère orthonormal.

Partie A

On considère les points $A(3; -2; 2)$, $B(6; 1; 5)$ et $C(6; -2; -1)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Soit \mathcal{P} le plan d'équation cartésienne $x + y + z - 3 = 0$. Montrer que \mathcal{P} est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A .
3. Soit \mathcal{P}' le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A . Déterminer une équation cartésienne de \mathcal{P}' .
4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ , droite d'intersection des plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' .

Partie B

On considère le point $D(0; 4; -1)$.

1. Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC) .
2. Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.
3. Montrer que l'angle géométrique \widehat{BDC} a pour mesure $\frac{\pi}{4}$ radian.
4. (a) Calculer l'aire du triangle BDC .
(b) En déduire la distance du point A au plan (BDC) .