

## Devoir de mathématiques n°8

### Exercice 1

*L'espace est rapporté à un repère orthonormal.*

Le plan  $\mathcal{P}$  d'équation cartésienne  $x + y - z - 9 = 0$  est tangent à une sphère  $\mathcal{S}$  de centre  $\Omega(-1; 1; -3)$ .

1. Déterminer le rayon de la sphère  $\mathcal{S}$ .
2. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite  $\Delta$  passant par  $\Omega$  et orthogonale au plan  $\mathcal{P}$ .
3. En déduire les coordonnées du point d'intersection de la sphère  $\mathcal{S}$  et du plan  $\mathcal{P}$ .

### Exercice 2

*L'espace est rapporté à un repère orthonormal.*

#### Partie A

On considère les points  $A(1; 0; -4)$ ,  $B(4; 3; -1)$  et  $C(4; -3; -4)$ .

1. Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle.
2. Soit  $\mathcal{P}$  le plan d'équation cartésienne  $x + y + z + 3 = 0$ . Montrer que  $\mathcal{P}$  est orthogonal à la droite  $(AB)$  et passe par le point  $A$ .
3. Soit  $\mathcal{P}'$  le plan orthogonal à la droite  $(AC)$  et passant par le point  $A$ . Déterminer une équation cartésienne de  $\mathcal{P}'$ .
4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$ , droite d'intersection des plans  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$ .

#### Partie B

On considère le point  $D(-2; -3; 2)$ .

1. Montrer que la droite  $(AD)$  est perpendiculaire au plan  $(ABC)$ .
2. Calculer le volume du tétraèdre  $ABCD$ .
3. Montrer que l'angle géométrique  $\widehat{BDC}$  a pour mesure  $\frac{\pi}{4}$  radian.
4. (a) Calculer l'aire du triangle  $BDC$ .  
(b) En déduire la distance du point  $A$  au plan  $(BDC)$ .