Devoir de Mathématiques n°6

Exercice 1 (6 points)

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_{-1}^{2} (x^2 - 1)\,\mathrm{d}x \qquad I_2 = \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \sin(2x)\,\mathrm{d}x \qquad I_3 = \int_{1}^{\ln 2} (e^{3x} - 2e^{x})\,\mathrm{d}x$$

Exercice 2 (9 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ et on appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal d'unité 1cm.

1. Étudier les variations de la fonction f.
2. Déterminer les points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec les axes de coordonnées.
3. Tracer la courbe $\mathcal{C}$.
4. On considère la partie $\mathcal{S}$ du Plan d'équation $0 \leqslant y \leqslant f(x)$.
   (a) Représenter $\mathcal{S}$ sur le graphique précédent.
   (b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la surface $\mathcal{S}$.

Exercice 3 (5 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2cm, on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2$ ainsi que la partie $\mathcal{S}$ du Plan d'équation $x^2 \leqslant y \leqslant 4$.

1. Représenter graphiquement $\mathcal{P}$ et $\mathcal{S}$.
2. On considère le solide de révolution engendré par la rotation de la surface $\mathcal{S}$ autour de l'axe des ordonnées.
   (a) Calculer en fonction de y l'aire du disque engendré par la rotation d'un point $M(x; y)$ de $\mathcal{P}$ autour de l'axe des ordonnées.
   (b) En déduire le volume $\mathcal{V}$ du solide de révolution.