

Devoir de Mathématiques n°6

Exercice 1 (6 points)

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_{-1}^2 (x^2 - 1) \, dx \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin(2x) \, dx \quad I_3 = \int_1^{\ln 2} (e^{3x} - 2e^x) \, dx$$

Exercice 2 (9 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ et on appelle \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal d'unité 1cm.

1. Étudier les variations de la fonction f .
2. Déterminer les points d'intersection de la courbe \mathcal{C} avec les axes de coordonnées.
3. Tracer la courbe \mathcal{C} .
4. On considère la partie \mathcal{S} du Plan d'équation $0 \leq y \leq f(x)$.
 - (a) Représenter \mathcal{S} sur le graphique précédent.
 - (b) Calculer l'aire \mathcal{A} de la surface \mathcal{S} .

Exercice 3 (5 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2cm, on considère la parabole \mathcal{P} d'équation $y = x^2$ ainsi que la partie \mathcal{S} du Plan d'équation $x^2 \leq y \leq 4$.

1. Représenter graphiquement \mathcal{P} et \mathcal{S} .
2. On considère le solide de révolution engendré par la rotation de la surface \mathcal{S} autour de l'axe des ordonnées.
 - (a) Calculer en fonction de y l'aire du disque engendré par la rotation d'un point $M(x; y)$ de \mathcal{P} autour de l'axe des ordonnées.
 - (b) En déduire le volume \mathcal{V} du solide de révolution.