Suites arithmétiques et géométriques

1 Suites arithmétiques

Définition 1. *On appelle* suite arithmétique *de* raison r *et de premier terme* u_0*, la suite définie par la relation de récurrence* $\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$.

Propriété 1. *Si* (u_n) *est une suite arithmétique de raison* r *et de premier terme* u_0 *alors elle admet pour forme explicite* $\boxed{u_n = u_0 + n \times r}$.

Propriété 2. *On a* $\boxed{1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}}$.

Propriété 3. *Une suite arithmétique de raison* r *est :*
- *constante si* $r = 0$.
- *croissante si* $r \geqslant 0$.
- *décroissante si* $r \leqslant 0$.

Propriété 4. *On considère une suite arithmétique de raison* r*, alors :*
- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = u_0$ *si* $r = 0$.
- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ *si* $r > 0$.
- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ *si* $r < 0$.

2 Suites géométriques

Définition 2. *On appelle* suite géométrique *de* raison r *et de premier terme* u_0*, la suite définie par la relation de récurrence* $\boxed{u_{n+1} = u_n \times r}$.

Propriété 5. *Si* (u_n) *est une suite géométrique de raison* r *et de premier terme* u_0 *alors elle admet pour forme explicite* $\boxed{u_n = u_0 \times r^n}$.

Propriété 6. *On a* $\boxed{1 + r + r^2 + r^3 + \cdots + r^n = \dfrac{1 - r^{n+1}}{1 - r}}$ *pour* $r \neq 1$.

Propriété 7. *Une suite géométrique de raison* $r > 0$ *et* de premier terme positif *est :*
- *constante si* $r = 1$.
- *croissante si* $r \geqslant 1$.
- *décroissante si* $0 < r \leqslant 1$.

Propriété 8. *On considère une suite géométrique de raison* $r > 0$ *et* de premier terme positif, *alors :*
- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = u_0$ *si* $r = 1$.
- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ *si* $r > 1$.
- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ *si* $0 < r < 1$.