

## Variables aléatoires

**Définition 1.** On appelle **variable aléatoire**  $X$  une grandeur numérique associée à une expérience aléatoire.

**Exemple 1.** La somme des points obtenus lors du lancer de deux dés cubiques équilibrés est une variable aléatoire.

**Définition 2.** Étant donnée une variable aléatoire  $X$ , on note  $x_1, x_2, \dots, x_n$  les  $n$  valeurs prises par  $X$ .

**Exercice 1.** On considère la variable aléatoire  $X$ , somme des points obtenus lors du lancer de deux dés cubiques équilibrés. Déterminer les valeurs prises par  $X$ .

**Définition 3.** Étant donnée une variable aléatoire  $X$  prenant les valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , on note  $p_1, p_2, \dots, p_n$  les probabilités  $P(X = x_1), P(X = x_2), \dots, P(X = x_n)$ . La fonction qui à  $x_i$  associe sa probabilité  $p_i$  est appelée **loi de probabilité** de la variable aléatoire  $X$ .

**Exercice 2.** On considère la variable aléatoire  $X$ , somme des points obtenus lors du lancer de deux dés cubiques équilibrés. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .

**Définition 4.** On appelle **fonction de répartition** d'une variable aléatoire  $X$  la fonction  $F$  définie par  $F(x) = P(X \leq x)$ .

**Exercice 3.** On considère la variable aléatoire  $X$ , somme des points obtenus lors du lancer de deux dés cubiques équilibrés. Représenter graphiquement la fonction de répartition de la variable aléatoire  $X$ .

**Définition 5.** On appelle **espérance** d'une variable aléatoire  $X$  prenant les valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$  avec les probabilités  $p_1, p_2, \dots, p_n$  :

$$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n$$

**Exercice 4.** On considère la variable aléatoire  $X$ , somme des points obtenus lors du lancer de deux dés cubiques équilibrés. Calculer l'espérance de la variable aléatoire  $X$ .

**Définition 6.** On appelle **variance** d'une variable aléatoire  $X$  prenant les valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$  avec les probabilités  $p_1, p_2, \dots, p_n$  :

$$V(X) = p_1[x_1 - E(X)]^2 + p_2[x_2 - E(X)]^2 + \dots + p_n[x_n - E(X)]^2$$

**Exercice 5.** On considère la variable aléatoire  $X$ , somme des points obtenus lors du lancer de deux dés cubiques équilibrés. Calculer la variance de la variable aléatoire  $X$ .

**Propriété 1.** Soit  $X$  une variable aléatoire  $X$  prenant les valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$  avec les probabilités  $p_1, p_2, \dots, p_n$  alors :

$$V(X) = p_1x_1^2 + p_2x_2^2 + \dots + p_nx_n^2 - [E(X)]^2$$

**Exercice 6.** Vérifier la propriété sur l'exercice précédent.

**Définition 7.** On appelle **écart-type** d'une variable aléatoire  $X$  la racine carrée de sa variance :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$