

Un peu de géométrie... (partie 2)

barycentre de deux points

Définition 1. Dans le Plan muni d'un repère orthonormal, on définit le barycentre de deux points pondérés $(A; \alpha)$ et $(B; \beta)$ avec $\alpha + \beta \neq 0$ comme le point G dont les coordonnées sont les moyennes des coordonnées des points A et B avec les coefficients respectifs α et β :

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta} \quad ; \quad y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta}$$

barycentre de trois points

Définition 2. Dans le Plan muni d'un repère orthonormal, on définit le barycentre de trois points pondérés $(A; \alpha)$, $(B; \beta)$ et $(C; \gamma)$ avec $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$ comme le point G dont les coordonnées sont les moyennes des coordonnées des points A , B et C avec les coefficients respectifs α , β et γ :

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \quad ; \quad y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma}$$

Exercice 1

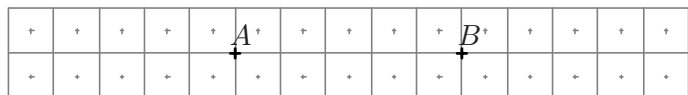
Dans le Plan muni d'un repère orthonormal d'unité 1cm, on considère les points $A(-2; 1)$, $B(7; 4)$ et $C(2; -3)$.

1. (a) Tracer la droite (AB) .
 (b) On considère le point $G_1 = \text{bar}\{(A; 1), (B; 1)\}$.
 Calculer les coordonnées du point G_1 puis le placer sur la figure.
 (c) On considère le point $G_2 = \text{bar}\{(A; 2), (B; 1)\}$.
 Calculer les coordonnées du point G_2 puis le placer sur la figure.
 (d) On considère le point $G_3(4; 3)$.
 Montrer que le point G_3 est un barycentre de A et B avec des coefficients que l'on déterminera.
2. On considère le point $G_4 = \text{bar}\{(A; 1), (B; 2), (C; 3)\}$.
 Calculer les coordonnées du point G_4 puis le placer sur la figure.

Exercice 2

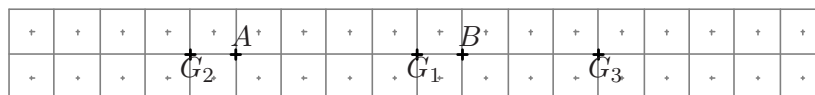
Placer les barycentres suivants sur la figure ci-dessous :

$$\begin{aligned} G_1 &= \text{bar}\{(A; 2), (B; 3)\} \\ G_2 &= \text{bar}\{(A; 3), (B; -1)\} \\ G_3 &= \text{bar}\{(A; \frac{1}{3}), (B; -\frac{7}{6})\} \end{aligned}$$



Exercice 3

Exprimer les points G_1 , G_2 et G_3 de la figure ci-dessous comme barycentres des points A et B avec les pondérations adéquates.

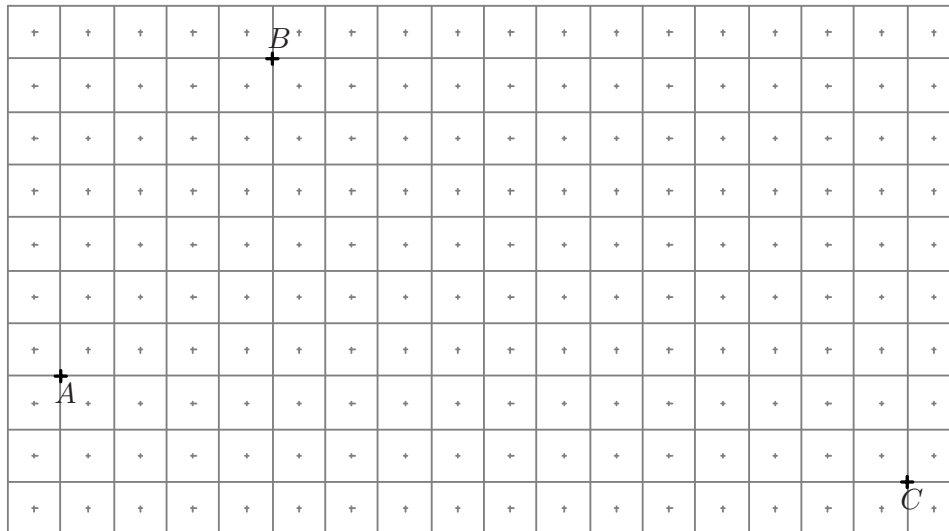


Exercice 4

On pose :

$$G_t = \text{bar}\{(A; (1-t)^2), (B; 2t(1-t)), (C; t^2)\} \quad \text{avec } t \in [0; 1]$$

On considère la figure suivante :



1. Calculer les pondérations des points $G_0, G_1, G_{\frac{1}{2}}, G_{\frac{1}{3}}, G_{\frac{2}{3}}, G_{\frac{1}{4}}$ et $G_{\frac{3}{4}}$.
2. Placer ces points sur la figure précédente.
3. Dessiner la courbe constituée des points G_t pour $t \in [0; 1]$.